



Álgebra computacional

Álgebra computacional y semigrupos afines

J.I. García García, D. Marín Aragón, A. Vigneron Tenorio

Dpto. Matemáticas, Grupo FQM-343

Resolviendo sistemas diofánticos sobre...

... \mathbb{Q} , \mathbb{Z} , \mathbb{N} :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{21}x_2 + \cdots + a_{r1}x_r = 0 \\ a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{r2}x_r = 0 \\ \vdots \\ a_{1p}x_1 + a_{2p}x_2 + \cdots + a_{rp}x_r = 0 \end{array} \right.$$

- $\Rightarrow \mathbb{Q}^r \rightsquigarrow$ espacio vectorial, bases, Rouché-Frobenius, Gauss...
- $\Rightarrow \mathbb{Z}^r \rightsquigarrow$ grupo, "bases", forma normal de Hermite, LLL-algoritmo...
- $\Rightarrow \mathbb{N}^r \rightsquigarrow$ **SEMIGRUPO**, sistema minimal de generadores, **NP-completo**, no teorema de existencia...



Ejemplo de problema

- 🐔 = $\langle 6, 9, 20 \rangle$
- ¿Qué números naturales pertenecen a 🐔?
- Si $n \in \text{🐔}$, ¿cuántas soluciones naturales tiene $n = 6x + 9y + 20z$?
- Para $n \in \text{🐔}$ definimos su longitud como $L(n) = x + y + z$, ¿qué elementos tienen la misma longitud?
- ¿Qué elementos de 🐔 tienen un comportamiento similar a un número primo?



Nuestras herramientas y objetivos...

Algunas herramientas matemáticas:

- Combinatoria, teoría de números, grafos...
- Álgebra computacional y conmutativa (bases de Gröbner).
- Creación masiva de ejemplos para establecer hipótesis teóricas.

Objetivos principales:

- Caracterizar familias de semigrupos que verifican distintas propiedades.
- Crear algoritmos para resolver determinados problemas.
- Implementación de dichos algoritmos.
- Resolución de conjeturas clásicas.
- Búsqueda de aplicaciones a otras áreas de conocimiento.



... otras áreas de conocimiento como...

- Teoría de códigos.
- Teoría de juegos.
- Teoría de grafos.
- Geometría algebraica.
- Robótica.
- Estadística algebraica.
- Programación entera uni y multiobjetivo.
- Enología.
- Economía.
- ...



... aportaciones del grupo (haz click en los enlaces):

- Nuestros artículos/libros, *pincha aquí*
- Softwares:
 - *GAP Package NumericalSgps*, GAP.
 - *Commutative Monoids*, Python/C++.
 - *Semigrupos afines*, Mathematica.



e-mails:

- ignacio.garcia@uca.es
- daniel.marin@uca.es
- alberto.vigneron@uca.es

